



(ISSN: 2602-4047)

Şahin, E. & Akıncı, M. (2026). Öğrencilerin Kesir Temsilleri Arasındaki Geçişlerde Kullandıkları Stratejiler ve Karşılaştıkları Güçlükler, *International Journal of Eurasian Education and Culture*, 11(32), 279-305.

DOI: <http://dx.doi.org/10.35826/ijoecc.2908>

Article Type (Makale Türü): Araştırma Makalesi

ÖĞRENCİLERİN KESİR TEMSİLLERİ ARASINDAKİ GEÇİŞLERDE KULLANDIKLARI STRATEJİLER VE KARŞILAŞTIKLARI GÜÇLÜKLER

Ecem ŞAHİN

Milli Eğitim Bakanlığı, Zonguldak, Türkiye, ecemmmm_90@hotmail.com
ORCID: 0009-0004-4738-6366

Mustafa AKINCI

Doç. Dr. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Zonguldak, Türkiye, mustafa.akinci@beun.edu.tr
ORCID: 0000-0003-2096-7617

Gönderim tarihi: 22.05.2026

Kabul tarihi: 18.08.2026

Yayın tarihi: 02.09.2026

Öz

Bu çalışma, ortaokul öğrencilerinin kesirler konusundaki farklı temsiller arasında geçiş yaparken kullandıkları stratejileri ve karşılaştıkları güçlükleri incelemektedir. Çok boyutlu anlamlarıyla kesirler, öğrenciler için önemli kavramsal zorluklar barındırmaktadır. Literatür, anlamlı öğrenmenin sembolik, görsel, sözel ve günlük yaşam bağlamları arasında esnek geçiş yapabilmeyi gerektirdiğini vurgulamaktadır. Ancak ulusal ve uluslararası araştırmalar, öğrencilerin bu geçişlerde sıklıkla yüzeysel stratejilere başvurduklarını ve eş bütün ile eş parça ilkelerini göz ardı ettiklerini göstermektedir. Bu araştırmada nitel durum çalışması deseni benimsenmiş; veriler, bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 131 öğrenciye uygulanan sekiz açık uçlu sorudan oluşan veri toplama formundaki, araştırmanın amacı doğrultusunda seçilen altı soruya verilen yanıtlar üzerinden analiz edilmiştir. Öğrenci yanıtları betimsel ve içerik analiziyle incelenmiş, tekrar eden strateji, hata ve başarılı yaklaşımlar temalar hâlinde sınıflandırılmıştır. Bulgular, öğrencilerin görselden sembolîge geçişte kısmen başarılı olduklarını, ancak sembolikten görsele geçişte ciddi güçlükler yaşadıklarını ortaya koymuştur. Özellikle sembolik temsilden sembolik temsile geçişte kesir çizgisini ondalık noktayla karıştırma gibi yanılgılar yaygındır. Sözel dönüşümlerde ise öğrencilerin çoğu yalnızca kesrin okunuşunu yazmakla yetinmiş, kavramsal açıklamalar yapmamıştır. Genel olarak, temsiller arası geçişlerin çoğu işlemsel düzeyde kalmış ve kavramsal anlamlandırma yetersiz olmuştur. Sonuçlar, öğretimde farklı temsil türlerinin dönüşümlü ve anlamlı biçimde kullanılmasına, ara temsillerin teşvik edilmesine ve eş bütün-eş parça ilkelerinin özellikle vurgulanmasına ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Çalışma, öğretmen eğitimi, müfredat geliştirme ve öğretim tasarımı için önemli yansımalar sunmaktadır.

Anahtar kelimeler: Kesirler, temsiller, temsiller arası geçişler, stratejiler, zorluklar.

Sorumlu Yazar: Doç. Dr. Mustafa Akıncı, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, mustafa.akinci@beun.edu.tr.

Etik Kurul Onayı: Araştırmanın etik kurul onayı, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi İnsan Araştırmaları Etik Kurulu tarafından 31.03.2026 tarih ve 719 protokol numarası ile verilmiştir.

İntihal/Etik: Bu makale, en az iki hakem tarafından incelenmiş ve intihal içermediği, araştırma ve yayın etiğine uyulduğu teyit edilmiştir.

STUDENTS' STRATEGIES AND DIFFICULTIES IN TRANSITIONING BETWEEN FRACTION REPRESENTATIONS

ABSTRACT

This study examines the strategies used by middle school students and the difficulties they encounter when transitioning between different representations of fractions. Due to their multidimensional meanings, fractions pose significant conceptual challenges for students. The literature emphasizes that meaningful learning requires the ability to flexibly transition among symbolic, visual, verbal, and real-life representations. However, national and international studies indicate that students frequently rely on superficial strategies during these transitions and tend to overlook the principles of equal wholes and equal parts. A qualitative case study design was adopted in this study. Data were analyzed based on students' responses to six questions selected in line with the purpose of the study from an eight-item open-ended data collection form administered to 131 students attending a public middle school. Student responses were examined through descriptive and content analysis, and recurring strategies, errors, and successful approaches were categorized into themes. The findings revealed that students were partially successful in transitions from visual to symbolic representations but experienced considerable difficulties in transitions from symbolic to visual representations. In particular, misconceptions such as confusing the fraction bar with the decimal point are common in transitions from symbolic to symbolic representations. In verbal transformations, most students merely wrote how the fraction was read rather than providing conceptual explanations. Overall, most transitions between representations remained at a procedural level, indicating insufficient conceptual understanding. The results highlight the need to use different types of representations in meaningful and interconnected ways, encourage the use of intermediate representations, and place particular emphasis on the principles of equal wholes and equal parts in instruction. The study offers important implications for teacher education, curriculum development, and instructional design.

Keywords: Fractions, representations, transitions between representations, strategies, difficulties.

GİRİŞ

Matematik eğitimi, günümüzde yalnızca işlemsel doğruluğun değil, kavramsal anlayışın ve temsil gücünün ön planda olduğu çok yönlü bir öğrenme süreci olarak değerlendirilmektedir. Özellikle soyut matematiksel kavramların öğrenciler tarafından içselleştirilmesi, bu kavramların farklı temsil biçimleri aracılığıyla yapılandırılmasını ve temsil biçimleri arasında anlamlı geçişler yapılabilmesini gerektirir (Ainsworth, 2006; Duval, 2006). Bu geçişler, öğrencilerin matematiksel kavramları görselleştirmelerini, anlamlandırmalarını ve daha derinlemesine öğrenmelerini desteklemektedir (Kara ve İncikabı, 2018; Mahama ve Kyeremeh, 2023). Temsil sistemlerinin öğrencinin düşünce süreçlerini dışa vurma, yeniden yapılandırma ve başkalarıyla paylaşma işlevi gördüğü kabul edilmektedir (Goldin ve Shteingold, 2001). Bu bağlamda, öğrencilerin yalnızca matematiksel işlemleri gerçekleştirmeleri yeterli değildir; aynı zamanda bir problemi sembollerle ifade edebilme, görsel olarak temsil etme, sözel açıklamalarda bulunma ve bu temsiller arasında geçiş yapabilme becerilerini geliştirmeleri beklenmektedir. Bu kuramsal çerçeve, son yıllarda yapılan çalışmalarla daha da genişletilmiş; çoklu temsillerin öğrencilerin kavramsal öğrenmeleri, anlam kurma süreçleri ve temsil entegrasyonu üzerindeki etkisi daha ayrıntılı biçimde incelenmiştir (Braithwaite ve Siegler, 2021; Rau ve Matthews, 2017; McMullen vd., 2023).

Uluslararası düzeyde gerçekleştirilen Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (TIMSS) ve özellikle Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (OECD) tarafından yürütülen Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) uygulamaları, öğrencilerin çoklu temsiller aracılığıyla problem çözme, çıkarımda bulunma ve iletişim kurma yeterliklerini değerlendirmektedir (OECD, 2023). Bu yaklaşım, matematiksel temsilleri yalnızca öğretimsel bir tercih olmaktan çıkararak temel bir öğrenme bileşeni hâline getirmiştir. Türkiye’de de bu anlayışa paralel olarak, 2013 yılında güncellenen ve 2018 yılında revize edilen Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programlarında temsiller, matematiksel ilişkilendirme ve iletişim becerilerinin gelişimi açısından önemli bir yere konumlandırılmıştır (MEB, 2013, 2018). Bu yaklaşım, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamında hazırlanan 2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı’nda daha belirgin hâle getirilmiş ve matematiksel temsil, öğrencilerin geliştirmeleri beklenen temel matematik alan becerilerinden biri olarak tanımlanmıştır (MEB, 2024). Bu vurgu, temsillerin sadece kavram sunumu değil, kavram oluşturma ve matematiksel düşünme sürecinin ayrılmaz bir parçası olduğunu ortaya koyan kuramsal yaklaşımlarla da uyumludur (Goldin ve Shteingold, 2001).

Diğer taraftan ilişkilendirme becerisi, öğrencilerin bir matematiksel kavramı diğer kavramlarla, günlük yaşamla ve farklı disiplinlerle ilişkilendirebilmesi olarak tanımlanmakta ve bu becerinin geliştirilmesi temel amaçlar arasında yer almaktadır (Bingölbali ve Coşkun, 2016). Bu kapsamda, temsiller arası geçiş becerisi, bir kavramı farklı biçimlerde ifade edebilme ve bu biçimler arasında akıcı dönüşümler gerçekleştirme yetisi olarak öğrencilerin derinlemesine öğrenmesini ve kavramsal bağlantılar kurmasını destekleyen kritik bir yetkinlik olarak öne çıkmaktadır (Ainsworth ve Scheiter, 2021; Lesh vd., 1987). Ancak her ne kadar gerek öğretim programlarında gerek yapılan araştırmalarda temsillerin önemi vurgulansa da, sınıf içi uygulamalarda bu becerilerin öğrencilere kazandırılması konusunda ciddi güçlükler yaşandığı gözlemlenmektedir. Yerel ve uluslararası araştırmalar, öğrencilerin özellikle cebirsel, grafiksel ve sözel temsiller arasında geçiş yaparken zorlandıklarını, bu süreçlerde

sıklıkla kavram yanlışlarına düştüklerini ve temsilleri yüzeysel düzeyde ele aldıklarını ortaya koymaktadır (Ayyıldız ve Cansız Aktaş, 2022; Cantimer ve Şengül, 2017; Birgin ve Eryılmaz, 2025; Çolak ve Akıncı, 2023; Gürbüz ve Şahin, 2015; Nurrahmawati vd., 2021). Son yıllarda yapılan çalışmalar, bu güçlüklerin özellikle kesir öğretimi gibi çoklu temsillerin yoğun olarak kullanıldığı konularda daha belirgin hale geldiğini göstermektedir. Bu bağlamda, çoklu temsillerin birlikte kullanımının öğrencilerin kavramsal öğrenmesini desteklediği; ancak öğrencilerin temsiller arasında geçiş yaparken büyüklük algısı, temsil entegrasyonu ve görsel-sembolik eşleştirme süreçlerinde önemli güçlükler yaşadıkları belirlenmiştir (Braithwaite ve Siegler, 2021; Jarrah vd., 2022; Schwarzmeier vd., 2024; McMullen vd., 2023). Bu süreçte öğrencilerin pay ve paydayı ayrı ayrı yorumlama eğilimleri, doğal sayı bilgilerini kesirlere genelleştirmeleri ve temsil türlerine bağlı olarak farklı bilişsel stratejiler geliştirmeleri, kavramsal öğrenmenin önünde önemli engeller oluşturmaktadır (Braithwaite ve Siegler, 2018; Jarrah vd., 2022). Ayrıca sürekli ve ayırık temsillerin farklı bilişsel süreçleri tetiklediği; sürekli temsillerin büyüklük temelli bütüncül düşünmeyi desteklerken, ayırık temsillerin saymaya dayalı stratejileri teşvik ettiği belirlenmiştir (Schwarzmeier vd., 2024). Türkiye’de kesirlerin farklı temsillerine, öğrencilerin temsil tercihleri ve temsil türleri arasındaki ilişkilendirme becerilerine yönelik çeşitli çalışmalar bulunmaktadır (Kara ve İncikabı, 2018; Ertuna ve Toluk Uçar, 2021; Kamacı ve Yıldız, 2023; Baran, 2024; Birgin ve Eryılmaz, 2025). Bununla birlikte, ortaokul öğrencilerinin farklı kesir temsilleri arasındaki geçişlerde kullandıkları stratejileri ve bu süreçte ortaya çıkan hata ve güçlük eğilimlerini nitel olarak ve birden fazla temsil yönü açısından ayrıntılı biçimde inceleyen çalışmaların görece sınırlı olduğu görülmektedir. Bu çalışma, bu boşluğu doldurma amacıyla, ortaokul öğrencilerinin çoklu temsiller arasında geçiş yaparken sergiledikleri bilişsel stratejileri ve karşılaştıkları zorlukları analiz etmeyi hedeflemektedir. Elde edilen bulguların, öğretmen eğitimi, öğretim materyali tasarımı ve müfredat geliştirme çalışmalarına katkı sağlaması beklenmektedir. Bu doğrultuda araştırmada şu sorulara yanıt aranmıştır: (1) Öğrenciler, farklı matematiksel temsiller arasında geçiş yaparken hangi stratejileri kullanmaktadırlar? (2) Bu geçiş sürecinde öğrenciler hangi tür zorluklar veya hatalarla karşılaşmaktadırlar?

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Çoklu Temsil Becerileri

Matematiksel temsiller, bir kavramın farklı yollarla ifade edilmesini sağlar. Sözel açıklamalar, sembolik ifadeler, grafikler, tablolar, somut modeller ve gerçek yaşam bağlamları, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade etmelerine, yapılandırmalarına ve başkalarıyla paylaşımlarına olanak tanır (Goldin ve Shteingold, 2001). Matematik öğretiminde bu temsillerin birden fazlasının kullanılması önerilmekte ve öğrencilerin temsiller arası geçiş yapabilme becerilerinin gelişmesi beklenmektedir (NCTM, 2000; MEB, 2018). Lesh vd. (1987) tarafından geliştirilen Temsiller Arası Geçiş Modeli matematiksel anlamın beş ana temsil sistemi arasında aktarılabileceğini öne sürer. Bunlar: gerçek yaşam bağlamları, somut modeller (manipülatif materyaller), görsel temsiller (şekil, grafik vb.), sembolik ifadeler ve sözel açıklamalardır. Öğrencilerin bir kavramı bu temsillerin birden fazlası ile ilişkilendirebilmesi, kavramsal öğrenmenin göstergesi olarak kabul edilir. Duval (2006) ise temsillerle yapılan işlemleri kayıt ve dönüştürme olmak üzere ikiye ayırmaktadır. Kayıt, aynı temsil sistemi içinde yapılan işlemleri ifade ederken; dönüştürme, bir temsil sisteminden diğerine geçişi içerir. Dönüştürme işlemleri, öğrenciler

açısından daha karmaşıktır ve kavram yanılgılarının sıkça ortaya çıktığı bir süreçtir. Owens ve Clements (1998), öğrencilerin problem çözme sürecinde temsiller arası geçişler yapabilmeleri için görsel imgeler oluşturma, uygun temsili seçme, karşılaştırma yapma ve anlamlı dönüşümler gerçekleştirme gibi çeşitli bilişsel becerileri etkin biçimde kullanmaları gerektiğini ortaya koymuştur. Bu yetkinlikler, yalnızca teknik değil aynı zamanda kavramsal düzeyde gelişmiş temsil kullanımını yansıtır. Ayrıca yapılan araştırmalar, çoklu temsillerin sadece kavram öğretimine değil, öğrencilerin yaratıcı düşünme, esnek problem çözme ve bağlantı kurma becerilerine de katkı sağladığını ortaya koymaktadır (Biçer, 2021). Bu yönüyle temsil becerileri, yalnızca öğretimsel bir araç değil; aynı zamanda üst düzey düşünme becerilerinin gelişiminde de kritik bir rol üstlenmektedir.

Bu kuramsal yaklaşımlar ve araştırma bulguları birlikte değerlendirildiğinde, çoklu temsil becerisinin yalnızca bir matematiksel kavramı farklı biçimlerde ifade edebilme yeterliğiyle sınırlı olmadığı görülmektedir. Bu beceri, aynı zamanda farklı temsil sistemleri arasında matematiksel anlamı koruyarak geçiş yapabilmeyi de içermektedir. Bu nedenle öğrencilerin temsiller arası geçişlerde kullandıkları stratejilerin ve bu süreçte karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi, temsil becerilerinin kavramsal boyutunun anlaşılması açısından önem taşımaktadır.

Kesir Kavramı ve Temsiller Yoluyla Anlamlandırılması

Kesirler, erken matematik eğitiminden ileri matematiksel öğrenmelere kadar temel bir öğrenme alanı olmakla birlikte, çok boyutlu yapıları nedeniyle öğrenciler açısından anlaşılması güç kavramlardan biridir (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007). Bu güçlüğün temelinde, kesirlerin tek bir anlamı temsil etmemesi ve a/b gösteriminin farklı kavramsal anlamlarla yorumlanabilmesi bulunmaktadır (Kieren, 1976). Alanyazında kesirler genel olarak parça-bütün, bölüm, oran, ölçme ve operatör olmak üzere beş temel anlam çerçevesinde ele alınmaktadır (Behr vd., 1983; Lamon, 2020). Parça-bütün anlamı bir bütünü eş parçalara ayrılması ve bu parçalardan belirli bir kısmının alınmasını; bölüm anlamı bir niceliğin başka bir niceliğe bölünmesini; oran anlamı iki nicelik arasındaki karşılaştırmayı; ölçme anlamı bir niceliğin belirli bir birime göre ölçülmesini ve sayı doğrusu üzerinde konumlandırılmasını; operatör anlamı ise bir niceliğin belirli bir kesir kadar dönüştürülmesini ya da ölçeklendirilmesini ifade etmektedir. Kesir kavramının bütüncül olarak anlaşılması, yalnızca bu anlamların ayrı ayrı bilinmesini değil, aralarındaki ilişkilerin de kurulabilmesini gerektirmektedir (Behr vd., 1983; Lamon, 2020).

Bununla birlikte, araştırmalar öğrencilerin çoğunlukla kesirlerin parça-bütün anlamına odaklandıklarını ve diğer anlamları kavramsallaştırmada güçlük yaşayabildiklerini göstermektedir (Siegler vd., 2011). Bu güçlük, kesir öğretiminde kullanılan temsillerin çeşitliliğini ve bu temsiller arasında ilişki kurulmasını önemli hâle getirmektedir. Kesirler; sembolik ifadeler, alan, uzunluk ve küme modelleri, sayı doğrusu ve sözel açıklamalar gibi farklı biçimlerde temsil edilebilmektedir. Bu temsiller kesrin farklı anlamlarını görünür hâle getirebilmekte; örneğin alan modeli parça-bütün anlamını, küme modelleri oransal ilişkileri, sayı doğrusu ise büyüklük ve ölçme anlamını destekleyebilmektedir. Bu nedenle çoklu temsillerin ilişkilendirilerek kullanılması, öğrencilerin kesir kavramını daha derinlemesine anlamlandırılmalarına katkı sağlamaktadır (Cramer ve Henry, 2002; Van de Walle vd., 2020). Ancak kesir öğretiminde farklı temsillerin bulunması tek başına kavramsal öğrenmeyi güvence altına almamaktadır. Öğrencilerin bir temsil biçiminde oluşturdukları anlamı başka bir temsil biçimine aktarabilmeleri

ve bu süreçte temsiller arasındaki matematiksel ilişkileri koruyabilmeleri gerekmektedir. Temsiller arasında geçiş becerisinin sınırlı olması, kesir bilgisinin belirli gösterimlerle sınırlı ve yüzeysel kalmasına yol açabilmektedir. Dolayısıyla kesirlerin kavramsal olarak anlaşılmasında temel sorun yalnızca öğrencilerin farklı temsil biçimlerini kullanıp kullanamadıkları değil, bu temsiller arasında geçiş yaparken hangi stratejilere başvurdıkları ve bu süreçte hangi güçlüklerle karşılaştıklarıdır. Bu nedenle etkili kesir öğretiminin, öğrencilerin farklı temsillerle karşılaşmalarının yanı sıra bu temsiller arasında anlamlı ve esnek geçişler yapmalarını destekleyecek öğrenme ortamları sağlaması gerekmektedir.

Öğrencilerin Kesir Temsillerini Kullanma Stratejileri ve Karşılaştıkları Güçlükler

Kesir temsilleri arasında geçiş yapmak, öğrencilerin yalnızca farklı temsil biçimlerini tanımalarını değil, bu temsillerin taşıdığı matematiksel anlamları ilişkilendirmelerini de gerektirmektedir. Alanyazındaki çalışmalar, öğrencilerin özellikle sembolik, görsel ve sözel temsiller arasında geçiş yaparken çeşitli güçlükler yaşadıklarını ve bu süreçte çoğunlukla yüzeysel stratejilere başvurdıklarını göstermektedir (Cramer ve Henry, 2002; Bossé vd., 2011; Kara ve İncikabı, 2018). Bu güçlükler, öğrencilerin temsillerin altında yatan kavramsal anlamı yeterince dikkate almamalarından ve farklı temsil biçimleri arasında anlamlı ilişkiler kuramamalarından kaynaklanabilmektedir.

Öğrencilerin temsil kullanımında dikkat çeken bir diğer eğilim, aşına oldukları temsil biçimlerine yönelmeleri ve bu temsilleri farklı temsil türleriyle ilişkilendirmekte zorlanmalarındır. Özellikle sayı doğrusu, uzunluk ve küme modellerinde öğrencilerin temsilin matematiksel anlamından çok biçimsel özelliklerine odaklanabildikleri ve buna bağlı olarak hatalı yorumlar geliştirebildikleri görülmektedir (Birgin ve Eryılmaz, 2025). Benzer biçimde, temsil çeşitliliğinin sınırlı olduğu öğrenme ortamları öğrencilerin belirli bir temsil biçimine bağımlı kalmalarına ve farklı bağlamlarda uygun temsili seçmekte zorlanmalarına yol açabilmektedir (Van de Walle vd., 2020). Örneğin, kesri ağırlıklı olarak parça-bütün anlamıyla ilişkilendiren bir öğrenci, oran veya ölçme anlamının öne çıktığı bir durumda uygun temsili belirlemede güçlük yaşayabilir.

Bu bulgular birlikte değerlendirildiğinde, öğrencilerin kesir temsillerinde yaşadıkları güçlüklerin yalnızca belirli bir temsil biçimini doğru kullanıp kullanamamalarıyla sınırlı olmadığı görülmektedir. Temsiller arasındaki ilişkileri kurabilme, bir temsildeki matematiksel anlamı diğerine aktarabilme ve geçiş sürecinde uygun stratejiyi seçebilme de bu sürecin önemli bileşenleridir. Bu nedenle öğrencilerin temsiller arası geçişlerde kullandıkları stratejilerin ve karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi, kesir kavramına ilişkin düşünme süreçlerinin anlaşılması ve bu süreçleri destekleyecek öğretim ortamlarının oluşturulması açısından önem taşımaktadır.

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada, ortaokul öğrencilerinin kesir temsilleri arasındaki geçişlerde kullandıkları stratejileri ve karşılaştıkları güçlükleri kendi bağlamı içerisinde ayrıntılı biçimde incelemek amacıyla nitel durum çalışması

deseni benimsenmiştir. Durum çalışması, sınırları belirli bir durumun kendi bağlamı içerisinde derinlemesine incelenmesine olanak sağlamaktadır (Stake, 1995; Yin, 2018). Bu çalışmada incelenen durum, ortaokul öğrencilerinin kesir temsilleri arasındaki geçiş süreçleridir. Bu desenin tercih edilmesinin temel nedeni, öğrenci yanıtlarını yalnızca doğru-yanlış ya da cevap verdi-vermedi biçiminde sınıflandırmak yerine, öğrencilerin temsil geçişlerinde kullandıkları stratejileri, yaptıkları hataları ve karşılaştıkları güçlükleri bütüncül ve ayrıntılı biçimde incelemektir. Bu doğrultuda öğrenci yanıtlarındaki ortak eğilimler, farklılaşan stratejiler ve hata biçimleri analiz edilmiştir.

Çalışma Grubu

Bu çalışma, Batı Karadeniz Bölgesi'nde bulunan bir devlet ortaokulunda, altıncı, yedinci ve sekizinci sınıflarda öğrenim gören toplam 131 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmaya beşinci sınıf öğrencileri, kesirler ve kesirlerin temsilleri konularına yeterli düzeyde hâkim olmadıkları gerekçesiyle dâhil edilmemiştir. Araştırmada, öğrencilerin kesirler ve kesirlerin temsillerine ilişkin gerekli öğrenme deneyimine sahip olmaları katılımcı seçiminde temel ölçüt olarak belirlenmiştir. Bu nedenle katılımcılar, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme tekniği kullanılarak belirlenmiştir (Patton, 2015). Araştırmacının uygulama sürecini daha etkin ve kontrollü yürütebilmesi amacıyla veri toplama süreci kendi görev yaptığı okulda gerçekleştirilmiştir. Bu durum, örneklem seçiminde kolay ulaşılabilirlik unsurunun da bulunduğunu göstermektedir (Patton, 2015). Çalışmaya dört altıncı sınıf, bir yedinci sınıf ve iki sekizinci sınıf olmak üzere toplam yedi şubede öğrenim gören 131 öğrenci katılmıştır. Katılımcıların 61'i kız, 70'i erkektir. Sınıf düzeylerine göre incelendiğinde, altıncı sınıflarda 34'ü erkek ve 38'i kız olmak üzere 72, yedinci sınıfta 16'sı erkek ve 10'u kız olmak üzere 26, sekizinci sınıflarda ise 20'si erkek ve 13'ü kız olmak üzere 33 öğrenci yer almaktadır. Araştırmada öğrencilerin kesirler ve kesirlerin temsillerine ilişkin gerekli öğrenme deneyimine sahip olmaları katılımcıların belirlenmesinde temel ölçüt olarak dikkate alınmıştır. Bu nedenle, çalışmanın gerçekleştirildiği dönemde kesirler konusuna ilişkin gerekli öğretim içeriğini henüz görmemiş olan beşinci sınıf öğrencileri araştırmaya dâhil edilmemiştir. Öğrencilerin matematik başarı düzeyleri sınıf seviyelerine göre belirgin bir farklılık göstermemekte olup genel olarak orta düzeydedir. Araştırmanın gerçekleştirildiği devlet ortaokulu sosyoekonomik düzeyi düşük bir bölgede yer almaktadır.

Veri Toplama Araçları

Veriler, öğrencilerin kesirler konusundaki temsilleri kullanma biçimlerini ve temsiller arası geçiş süreçlerini incelemek amacıyla araştırmacılar tarafından geliştirilen açık uçlu sorulardan oluşan form aracılığıyla toplanmıştır. Açık uçlu sorular veya problemler, öğrencilerin farklı çözüm yolları üretmelerine ve düşünme süreçlerini ortaya koymalarına olanak sağlayan önemli öğretim araçlarıdır (Silver, 1997). Formun ilk hâli 20 açık uçlu sorudan oluşturulmuştur. Araştırmacılar tarafından yapılan değerlendirmelerde aynı veya benzer temsil geçişlerini ölçmeye yönelik soruların tekrar oluşturabileceği dikkate alınarak soru sayısı 10'a düşürülmüştür. Ardından matematik eğitimi alanında uzman iki akademisyenin görüşleri doğrultusunda benzer temsil geçişlerini ölçen ve tekrar niteliği taşıyan sorular çıkarılarak sekiz soruluk nihai forma ulaşılmıştır. Nihai formun

uygulanabilirliğini ve soruların öğrenciler tarafından anlaşılabilirliğini değerlendirmek amacıyla asıl uygulama öncesinde bir pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma, iki farklı devlet ortaokulunda altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf düzeylerinde öğrenim gören toplam 110 öğrenci ile yürütülmüştür. Pilot uygulamadan elde edilen verilerin incelenmesi sonucunda, formdaki soruların amaçlanan biçimde işlediği değerlendirilmiş ve sorularda herhangi bir değişiklik yapılmasına gerek duyulmamıştır. Uygulama öncesinde öğrencilere araştırmanın amacı hakkında bilgi verilmiş, uygulamanın notla değerlendirilmeyeceği ve öğrencilerin isimlerinin kullanılmayacağı açıklanmıştır. Form, araştırmacı tarafından her şubede bir ders saati içerisinde uygulanmıştır. Ancak mevcut makalenin amacı ve araştırma soruları doğrultusunda, formda yer alan sekiz sorudan doğrudan temsiller arası geçiş süreçlerini incelemeye yönelik altı sorudan elde edilen veriler analize dâhil edilmiştir. Araştırma kapsamında analize dâhil edilen bu altı açık uçlu soru Ek 1’de sunulmuştur. Bu sorular aracılığıyla görsel temsilden sembolik temsile (Soru 1), sembolik temsilden sembolik temsile geçiş (Soru 2), sembolik temsilden dilbilimsel temsile geçiş (Soru 3), dilbilimsel temsilden sembolik temsile geçiş (Soru 4), dilbilimsel temsilden görsel temsile geçiş (Soru 5), sembolik temsilden görsel temsile geçiş (Soru 6) süreçleri incelenmiştir. Böylece öğrencilerin yalnızca doğru sonuca ulaşp ulaşmadıkları değil, farklı temsil biçimleri arasında geçiş yaparken kullandıkları stratejiler ve karşılaştıkları güçlükler de belirlenmeye çalışılmıştır.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde betimsel analiz ve içerik analizi tekniklerinden birlikte yararlanılmıştır. İlk aşamada, öğrencilerin temsiller arası geçişlere yönelik açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar incelenerek sistemli bir biçimde betimsel olarak düzenlenmiştir. Bu sürecin ardından, öğrencilerin temsiller arası geçişlerde sergiledikleri stratejileri, yaptıkları hataları ve karşılaştıkları güçlükleri daha derinlemesine incelemek amacıyla içerik analizine geçilmiştir. İçerik analizi sürecinde, öğrenci yanıtları temsil türleri (dilbilimsel, görsel ve sembolik) dikkate alınarak çözümlenmiş, anlamlı ifadeler kodlanmış ve her bir hata, strateji ya da başarı göstergesi için ayrı kodlar tanımlanmıştır. Elde edilen kodlar benzerlik ve farklılıklarına göre gruplandırılarak temalar oluşturulmuştur. Bu süreçte, öğrencilerin temsil geçişlerinde sergiledikleri genel eğilimler, başarılı stratejiler ve farklı sınıf düzeylerinde gözlenen performanslar ayrı ayrı ele alınmıştır. Örneğin, “yalnızca kesrin okunuşunu yazma” ve “sözlü ifadede matematiksel yapıyı ihmal etme” gibi kodlar aynı tema altında değerlendirilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin doğru geçişlerde kullandıkları etkili yaklaşımlar da ayrı temalar hâlinde ele alınmıştır. Bulgular sunulurken, her temayı temsil eden öğrenci yanıtlarına doğrudan yer verilmiş ve yorumlamalar bu örnekler üzerinden yapılmıştır. Kodlama sürecinin tutarlılığını sağlamak amacıyla öğrenci yanıtları iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak kodlanmıştır. Bağımsız kodlamaların ardından araştırmacıların oluşturdukları kodlar karşılaştırılmış, görüş ayrılığı bulunan kodlamalar birlikte yeniden incelenmiştir. Yapılan değerlendirmeler sonucunda görüş ayrılıkları uzlaşılı yoluyla giderilmiş ve nihai kodlamalara karar verilmiştir.

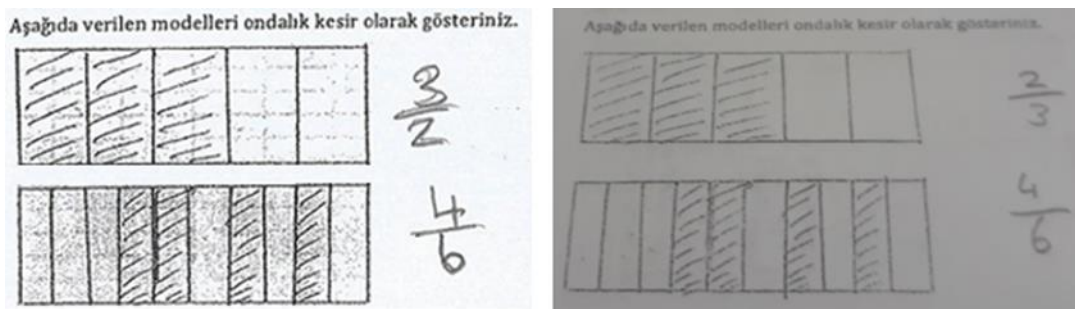
BULGULAR

Bu çalışmada elde edilen bulgular, öğrencilerin kesirler konusundaki temsiller arası geçişlerini incelemek amacıyla altı farklı dönüşüm türü temel alınarak sunulmuştur. Bunlar sırasıyla görsel temsilden sembolik temsile, sembolik temsilden sembolik temsile, sembolik temsilden dilbilimsel temsile, dilbilimsel temsilden sembolik temsile, dilbilimsel temsilden görsel temsile ve sembolik temsilden görsel temsile geçiştir. Her bir temsil geçişinde öğrenci yanıtlarında ortaya çıkan ortak eğilimler dikkate alınarak başarılı stratejiler, hatalar ve karşılaşılan güçlükler belirlenmiş; elde edilen bulgular sınıf düzeylerine göre karşılaştırmalı olarak ele alınmıştır. Aşağıda bulgular her bir temsil geçişi temelinde sunulmuştur.

Görsel Temsilden Sembolik Temsile Geçiş

Öğrencilerin görsel temsilden sembolik temsile geçiş süreçleri incelendiğinde, yanıtlarında beş temel eğilim belirlenmiştir: görsel modeli hatalı analiz etme, modeli doğru kesirle ifade etmesine rağmen ondalık gösterime dönüştürememe, ondalık gösterime geçişte biçimsel hata yapma, iki aşamalı başarılı dönüşüm gerçekleştirme ve denk kesir bilgisinden yararlanarak zihinsel dönüşüm yapma.

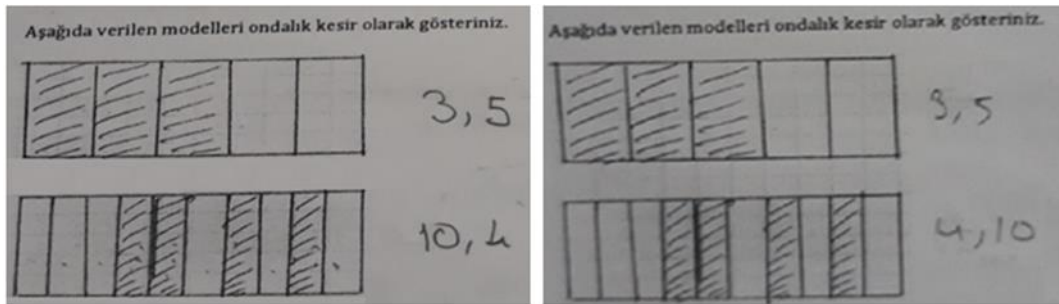
Görsel modeli hatalı analiz etme eğiliminde bazı öğrencilerin bölge modellerindeki taralı ve taralı olmayan alanları oranlayarak sembolik temsile geçtikleri görülmüştür (Şekil 1). Bu tür yapısal dönüşüm hataları altıncı sınıf öğrencilerinin %12'sinde, sekizinci sınıf öğrencilerinin ise %6'sında gözlenmiş; yedinci sınıf öğrencilerinde bu tür bir hataya rastlanmamıştır. Bu yanıtlar, bazı öğrencilerin görsel modeldeki parça-bütün ilişkisini doğru biçimde belirlemede güçlük yaşadıklarını göstermektedir.



Şekil 1. Modele Karşılık Gelen Kesri Yazarken Yanılgı Yaşayan Öğrenci Örnekleri

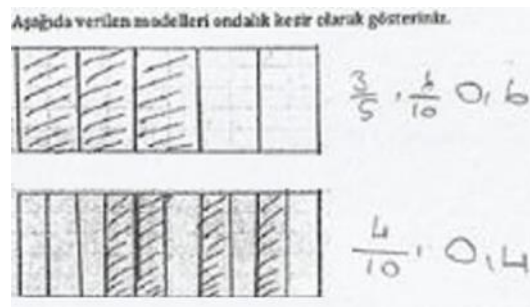
Modeli doğru kesirle ifade etmesine rağmen ondalık gösterime dönüştürememe eğiliminde öğrenciler görsel modeli doğru analiz ederek ilgili kesri belirleyebilmiş, ancak elde ettikleri kesri ondalık gösterime dönüştürememişlerdir. Bu durum sekizinci sınıf öğrencilerinin %56'sında, yedinci sınıf öğrencilerinin %32'sinde ve altıncı sınıf öğrencilerinin %28'inde görülmüştür. Bu bulgu, özellikle sekizinci sınıf öğrencilerinde görsel modelden kesir gösterimine geçiş gerçekleştirilebilmesine rağmen, kesir gösteriminden ondalık gösterime geçişin tamamlanamadığını ortaya koymaktadır.

Ondalık gösterime geçişte biçimsel hata yapma eğilimine ise öğrencilerin 3/5 kesrini 3,5 veya 4/10 kesrini 4,10 ya da 10,4 gibi biçimlerde ifade ettikleri görülmüştür (Şekil 2). Bu tür hatalar en yüksek oranda yedinci sınıf öğrencilerinde (%48) görülürken, sekizinci sınıfta %19 ve altıncı sınıfta %9 oranında belirlenmiştir. Bu yanıtlar, öğrencilerin görsel modelden kesir gösterimine geçebilseler bile kesir ile ondalık gösterim arasındaki sembolik ilişkiyi kurmakta güçlük yaşayabildiklerini göstermektedir.



Şekil 2. Modellenen Kesri Ondalık Olarak İfade Ederken Yanılgı Yaşayan Öğrenci Örnekleri

İki aşamalı başarılı dönüşüm eğiliminde öğrenciler önce görsel modeli kesir olarak ifade etmiş, ardından elde ettikleri kesri doğru biçimde ondalık gösterime dönüştürmüşlerdir (Şekil 3). Bu strateji altıncı sınıf öğrencilerinin %28'inde, sekizinci sınıf öğrencilerinin %13'ünde ve yedinci sınıf öğrencilerinin %8'inde gözlenmiştir. Bu öğrencilerin görsel model, kesir gösterimi ve ondalık gösterim arasında aşamalı bir geçiş gerçekleştirebildikleri görülmektedir.



Şekil 3. Modele Karşılık Gelen Kesri Yazıp Daha Sonra Ondalık İfade Olarak Yazan Öğrenci Örneği

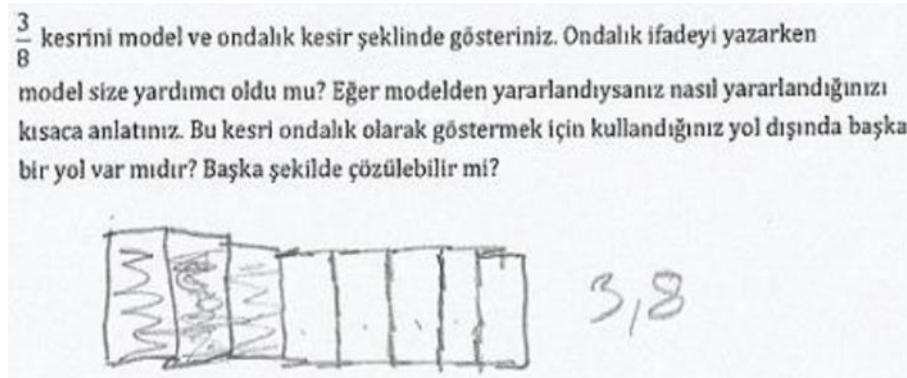
Denk kesir bilgisinden yararlanarak zihinsel dönüşüm yapma eğiliminde bazı öğrenciler model üzerinde herhangi bir değişiklik yapmadan denk kesir bilgisini kullanarak sembolik dönüşüm gerçekleştirmişlerdir. Bu yaklaşım altıncı sınıf öğrencilerinin %3'ünde ve yedinci sınıf öğrencilerinin %12'sinde görülmüştür. Bununla birlikte hiçbir öğrencinin modeldeki parçaları çoğaltma gibi görsel bir işlem gerçekleştirerek denk kesir oluşturmadığı belirlenmiştir. Ayrıca altıncı sınıf öğrencilerinin %10'unda, 4/10 kesrinin 0,4 biçiminde doğru ifade edilmesine rağmen 3/5 kesrinin ondalık gösterime doğru dönüştürülemediği görülmüştür. Bu durum, bazı öğrencilerin paydası 10 olan kesirleri ondalık gösterime dönüştürebilirken farklı paydalara sahip kesirlerde aynı başarıyı gösteremediklerini ortaya koymaktadır.

Sınıf düzeyleri birlikte değerlendirildiğinde, görsel temsilden sembolik temsile geçişte yaşanan güçlüklerin sınıf düzeylerine göre farklılaştığı görülmektedir. Altıncı sınıf öğrencilerinde görsel modeli hatalı analiz etme (%12) ve farklı paydalara sahip kesirleri ondalık gösterime dönüştürmede zorlanma (%10) öne çıkarken, yedinci sınıf öğrencilerinde en belirgin güçlük ondalık gösterime geçişte yapılan biçimsel hatalardır (%48). Sekizinci sınıf öğrencilerinde ise modeli doğru kesirle ifade etmesine rağmen ondalık gösterime geçememe (%56) dikkat çekmektedir. Buna karşılık iki aşamalı başarılı dönüşümün en yüksek oranda altıncı sınıf öğrencilerinde (%28) görülmesi, temsil geçişindeki başarının sınıf düzeyi arttıkça doğrusal biçimde yükselmediğini göstermektedir.

Sembolik Temsilden Sembolik Temsile Geçiş

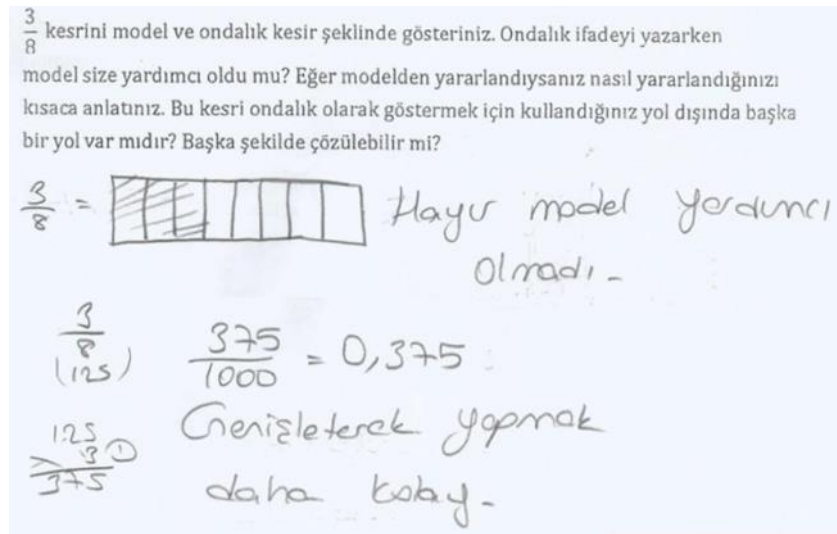
Öğrencilerin sembolik temsilden sembolik temsile geçiş süreçleri, $\frac{3}{8}$ kesrini ondalık gösterime dönüştürmeye yönelik yanıtları üzerinden incelenmiştir. Öğrenci yanıtlarında üç temel eğilim görülmüştür: yüzeysel sayısal eşleştirme, denk kesir oluşturarak dönüşüm ve kesrin bölme anlamından yararlanarak dönüşüm.

Yüzeysel sayısal eşleştirme eğiliminde öğrencilerin $\frac{3}{8}$ kesrini 3.8, 8.3 ya da 0.3 gibi biçimlerde ifade ettikleri görülmüştür. Bu tür hatalı dönüşümler altıncı sınıf öğrencilerinin %23'ünde, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin ise %18'inde gözlenmiştir. Öğrenci yanıtları, bu gruptaki öğrencilerin kesir çizgisini ondalık gösterimde kullanılan ayırıcı ile ilişkilendirdiklerini ve pay ile payda arasındaki ilişkiyi dikkate almadan yüzeysel bir sembolik dönüşüm gerçekleştirdiklerini göstermektedir. Bu eğilime ilişkin bir öğrenci yanıtı Şekil 4'te sunulmuştur.



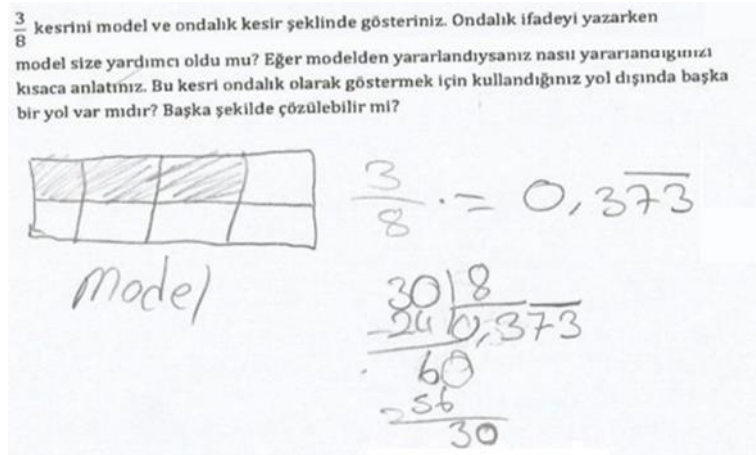
Şekil 4. Verilen Kesri Ondalık Olarak İfade Ederken Yanılgı Yaşayan Öğrenci Örneği

Denk kesir oluşturarak dönüşüm eğiliminde öğrencilerin kesrin paydasını 10'un kuvvetlerinden birine dönüştürerek ondalık gösterime ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu strateji özellikle yedinci sınıf öğrencileri arasında (%18) tercih edilmiş, ancak bu öğrencilerin yalnızca bir kısmı dönüşümü doğru biçimde tamamlayabilmiştir. Dolayısıyla bu grupta öğrencilerin uygun bir dönüşüm stratejisi belirleyebildikleri, ancak stratejiyi sonuca ulaştırma aşamasında güçlük yaşayabildikleri görülmüştür. Denk kesirlerden yararlanarak ondalık gösterime ulaşmaya çalışan bir öğrenci yanıtı Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 5. Denk kesirlerden yararlanarak ondalık ifadeyi oluşturan öğrenci cevabı

Kesrin bölme anlamından yararlanarak dönüşüm eğiliminde ise öğrenciler, payı paydaya bölerek kesri ondalık gösterime dönüştürmeye çalışmışlardır. Bu strateji farklı sınıf düzeylerinde kullanılmakla birlikte özellikle yedinci sınıf öğrencilerinde (%27) daha belirgin biçimde görülmüştür. Bununla birlikte, öğrencilerin yaptıkları işlem hataları dönüşümün doğru biçimde tamamlanmasını çoğu zaman engellemiştir. Bu yöntemi hatasız biçimde uygulayarak doğru sonuca ulaşan öğrencilerin oranı yedinci sınıfta %9, sekizinci sınıfta ise %4 olarak belirlenmiştir. Kesrin bölme anlamını kullanmasına rağmen işlem hatası nedeniyle dönüşümü doğru biçimde tamamlayamayan bir öğrenci yanıtı Şekil 6’da sunulmuştur.



Şekil 6. Kesrin Bölüm Anlamını Kullanarak İşlem Hatası Yapan Öğrenci Cevabı

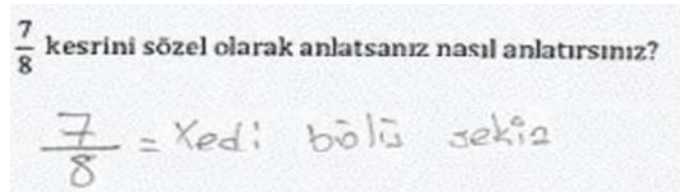
Sınıf düzeyleri birlikte değerlendirildiğinde, öğrencilerin sembolik temsilden sembolik temsile geçişlerinde farklı güçlük ve strateji eğilimlerinin ortaya çıktığı görülmektedir. Yüzeysel sayısal eşleştirmeye dayalı yanlış dönüşümlerin altıncı sınıf öğrencilerinde (%23), yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerine (%18) göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Buna karşılık yedinci sınıf öğrencilerinin denk kesir oluşturma ve bölme işleminden yararlanma gibi matematiksel stratejilere daha fazla başvurdukları görülmüştür. Ancak bu öğrencilerin bir

bölümünün uygun stratejiyi seçmelerine rağmen dönüşüm sürecini doğru biçimde tamamlayamadıkları belirlenmiştir. Bu durum, sembolik temsilden sembolik temsile geçişte yaşanan güçlüklerin yalnızca uygun stratejiyi belirlemeyle sınırlı olmadığını, seçilen stratejinin doğru ve eksiksiz biçimde uygulanmasında da ortaya çıkabildiğini göstermektedir.

Sembolik Temsilden Dilbilimsel Temsile Geçiş

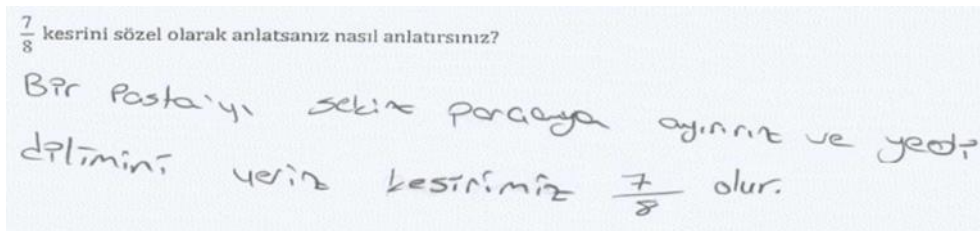
Öğrencilerin sembolik temsilden dilbilimsel temsile geçiş süreçleri incelendiğinde, yanıtlarında dört temel eğilim belirlenmiştir: kesrin yalnızca okunuşunu ifade etme, parça-bütün ilişkisine dayalı açıklama yapma, küme temelli açıklama yapma ve pay-payda kavramlarına dayalı tanımlama yapma.

Kesrin yalnızca okunuşunu ifade etme eğiliminde öğrenciler, sembolik olarak verilen kesri matematiksel anlamını açıklamaksızın yalnızca sözel olarak okumuşlardır (Şekil 7). Bu tür yanıtlar sekizinci sınıf öğrencilerinin %19'unda, yedinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin ise %17'sinde gözlenmiştir. Bu yanıtlar, öğrencilerin sembolik gösterimi sözel olarak ifade edebildiklerini, ancak kesrin taşıdığı matematiksel anlamı dilbilimsel temsile yansıtmakta güçlük yaşadıklarını göstermektedir.



Şekil 7. Kesrin sadece okunuşunu yazan öğrenci cevabı

Parça-bütün ilişkisine dayalı açıklama yapma eğiliminde öğrencilerin kesri “bütünün parçalara ayrılması” üzerinden açıklamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu yaklaşım yedinci sınıf öğrencilerinde %50 ile en yüksek oranda görülürken, sekizinci sınıfta %19 ve altıncı sınıfta %17 oranında gözlenmiştir (Şekil 8). Bununla birlikte, bu yaklaşımı kullanan öğrenciler çoğunlukla parçaların eş olması gerektiğini açıklamalarına yansıtmamıştır. Tüm sınıf düzeylerinde yalnızca bir yedinci sınıf öğrencisinin eş parça kavramını açıkça ifade ettiği belirlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin parça-bütün ilişkisini kullanmalarına rağmen bu ilişkinin temel koşullarından biri olan eş parça ilkesini dilbilimsel temsile aktarmakta güçlük yaşadıklarını göstermektedir.



Şekil 8. Verilen Kesri Bütünün Parçalara Ayrılması Şeklinde İfade Eden Öğrenci Örneği

Küme temelli açıklama yapma eğilimi yalnızca altıncı sınıf öğrencilerinde gözlenmiştir. Bu eğilimde bazı öğrenciler kesri bir kümenin elemanları üzerinden açıklamaya çalışmıştır. Öğrencilerin kesri farklı bir matematiksel yapı üzerinden anlamlandırma çabalarını yansıtan bu yanıtların kavramsal açıdan hatalı genellemeler içerdiği belirlenmiştir.

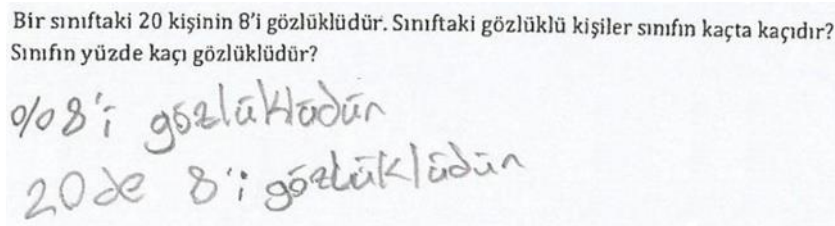
Pay-payda kavramlarına dayalı tanımlama yapma eğilimi de yalnızca altıncı sınıf düzeyinde ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler doğrudan bir örnek vermek yerine pay ve payda kavramlarını tanımlayarak sembolik ifadeyi açıklamaya çalışmışlardır. Ancak bu yaklaşımın yalnızca iki öğrenci tarafından kullanıldığı görülmüştür.

Sınıf düzeyleri birlikte değerlendirildiğinde, sembolik temsilden dilbilimsel temsile geçişte öğrencilerin kesrin matematiksel anlamını sözel açıklamalarına yansıtmakta güçlük yaşadıkları görülmektedir. Kesrin yalnızca okunuşunu ifade etme eğilimi üç sınıf düzeyinde birbirine yakın oranlarda görülürken, parça-bütün ilişkisine dayalı açıklamalar özellikle yedinci sınıf öğrencilerinde (%50) belirginleşmiştir. Bununla birlikte, eş parça ilkesinin yalnızca bir yedinci sınıf öğrencisi tarafından açıkça belirtilmesi, parça-bütün ilişkisine başvuran öğrencilerin de kesrin kavramsal özelliklerini dilbilimsel temsile tam olarak aktaramadıklarını göstermektedir. Küme temelli ve pay-payda kavramlarına dayalı açıklamaların ise yalnızca altıncı sınıf öğrencilerinde ve sınırlı sayıda ortaya çıktığı belirlenmiştir.

Dilbilimsel Temsilden Sembolik Temsile Geçiş

Öğrencilerin dilbilimsel temsilden sembolik temsile geçiş süreçleri, sınıftaki gözlüklü öğrencilerin oranını kesir ve yüzde ile ifade etmelerini gerektiren soruya verdikleri yanıtlar üzerinden incelenmiştir. Öğrenci yanıtlarında üç temel eğilim belirlenmiştir: yüzeysel sembolik dönüşüm yapma, dönüşüm sürecini tamamlayamama ve doğru ve tam dönüşüm gerçekleştirme.

Yüzeysel sembolik dönüşüm yapma eğiliminde öğrencilerin 8/20 gibi bir kesir ifadesinde yalnızca paya odaklanarak sonucu %8 biçiminde ifade ettikleri görülmüştür (Şekil 9). Bu tür hatalı dönüşümler altıncı sınıf öğrencilerinin %23'ünde, yedinci sınıf öğrencilerinin %7'sinde ve sekizinci sınıf öğrencilerinin %19'unda gözlenmiştir. Bu yanıtlar, öğrencilerin kesir ile yüzde arasındaki niceliksel ilişkiyi dikkate almadan, kesrin payını doğrudan yüzde sembolüyle ilişkilendirdiklerini göstermektedir.



Şekil 9. Sembolik Temsili Hatalı Bir Şekilde İfade Eden Öğrenci Cevabı

Dönüşüm sürecini tamamlamama eğiliminde bazı öğrencilerin sorunun gerektirdiği temsil geçişlerinden yalnızca bir bölümünü gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. Özellikle bazı altıncı sınıf öğrencileri yalnızca kesir gösterimini yazarak yanıtlarını sonlandırmış, bazı öğrenciler ise kesri 0,40 biçiminde ondalık gösterime doğru olarak dönüştürmelerine rağmen yüzde gösterimine ulaşamamıştır. Bu yanıtlar, öğrencilerin dilbilimsel ifadeden kesir veya ondalık gösterime geçebildiklerini, ancak farklı sembolik gösterimler arasındaki ilişkiyi kurarak dönüşüm sürecini tamamlamakta güçlük yaşadıklarını göstermektedir.

Doğru ve tam dönüşüm gerçekleştirme eğiliminde ise öğrenciler dilbilimsel olarak verilen bilgiyi önce kesir olarak ifade etmiş ve ardından doğru yüzde gösterimine ulaşmışlardır (Şekil 10). Bu başarı en yüksek oranda yedinci sınıf öğrencilerinde (%57), ardından sekizinci sınıf öğrencilerinde (%46) ve en düşük oranda altıncı sınıf öğrencilerinde (%9) görülmüştür. Başarılı dönüşüm gerçekleştiren öğrencilerin büyük bölümünün denk kesirlerden yararlandığı, yalnızca bir öğrencinin ise orantı kurarak farklı bir çözüm stratejisi kullandığı belirlenmiştir.

Bir sınıftaki 20 kişinin 8'i gözlüklüdür. Sınıftaki gözlüklü kişiler sınıfın kaçta kaçıdır?
Sınıfın yüzde kaç gözlüklüdür?

$\frac{8}{20}$ $\frac{40}{100} = \%40$

Şekil 10. Sembolik Temsile Başarılı Bir Şekilde Ulaşan Öğrenci Cevabı

Sınıf düzeyleri birlikte değerlendirildiğinde, dilbilimsel temsilden sembolik temsile geçişte altıncı sınıf öğrencilerinin diğer sınıf düzeylerine göre daha fazla güçlük yaşadıkları görülmektedir. Yüzeysel sembolik dönüşümün en yüksek oranda altıncı sınıfta (%23) görülmesi ve doğru ve tam dönüşüm oranının bu sınıf düzeyinde %9'da kalması bu durumu desteklemektedir. Buna karşılık doğru ve tam dönüşüm oranının yedinci sınıfta %57'ye, sekizinci sınıfta ise %46'ya ulaşması, üst sınıf düzeylerindeki öğrencilerin dilbilimsel ifadeyi kesir ve yüzde gösterimleriyle ilişkilendirmede daha başarılı olduklarını göstermektedir. Bununla birlikte, başarılı öğrencilerin büyük ölçüde denk kesir stratejisine başvurmaları ve yalnızca bir öğrencinin orantı kullanması, doğru sonuca ulaşmada kullanılan stratejilerin çeşitliliğinin sınırlı kaldığını göstermektedir.

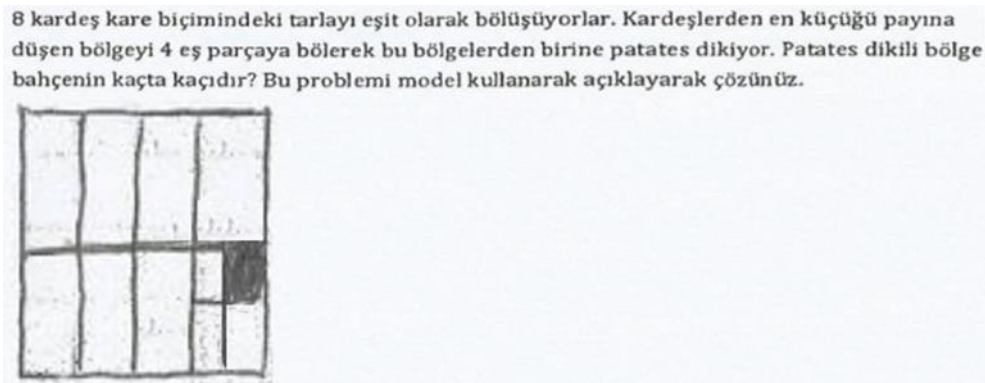
Dilbilimsel Temsilden Görsel Temsile Geçiş

Öğrencilerin dilbilimsel temsilden görsel temsile geçiş süreçleri, sözel olarak verilen çok adımlı bir durumu görsel modele dönüştürmelerini gerektiren soruya verdikleri yanıtlar üzerinden incelenmiştir. Öğrenci yanıtlarında iki temel eğilim belirlenmiştir: sözel ifadeyi yüzeysel biçimde modelleme ve sözel ifadeyi kavramsal olarak çözümleyerek anlamlı modelleme.

Sözel ifadeyi yüzeysel biçimde modelleme eğiliminde öğrencilerin problem durumunu bütüncül olarak analiz etmek yerine metinde yer alan sayısal değerlere odaklandıkları görülmüştür. Bu öğrenciler, sekiz kardeşin tarlayı eşit olarak paylaşması ve kardeşlerden birinin kendi payını dört eş parçaya ayırarak bunlardan yalnızca birine patates dikmesi biçimindeki çok adımlı yapıyı $\frac{1}{4}$ veya $\frac{4}{8}$ gibi kesirlerle ifade etmişlerdir. Bu tür yüzeysel

modelleme altıncı sınıf öğrencilerinde %63, sekizinci sınıf öğrencilerinde %55 ve yedinci sınıf öğrencilerinde %36 oranında gözlenmiştir. Bu yanıtlar, öğrencilerin problemdeki ardışık parça-bütün ilişkilerini birlikte değerlendirerek “kesrin kesri” yapısını görsel temsile aktarmakta güçlük yaşadıklarını göstermektedir.

Sözel ifadeyi kavramsal olarak çözümleyerek anlamlı modelleme eğiliminde ise öğrenciler problemdeki çok adımlı yapıyı dikkate alarak bütünü önce sekiz eş parçaya ayırmış, ardından bu parçalardan birini dört eş parçaya bölerek patates dikilen bölgeyi göstermişlerdir (Şekil 11). Böylece sözel olarak verilen durumun 1/32’lik kesirsel değerini görsel model üzerinde doğru biçimde temsil etmişlerdir. Bu tür başarılı modellemeler yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin %27’sinde, altıncı sınıf öğrencilerinin ise %10’unda görülmüştür.



Şekil 11. İstenilen Kesri Doğru Şekilde Modelleyen Öğrenci Örneği

Başarılı geçiş gerçekleştiren öğrencilerin çözüm süreçleri incelendiğinde, sözel ifadeyi aşamalı olarak çözümledikleri ve bu çözümlemeyi parça-bütün ilişkisi içerisinde görselleştirdikleri görülmüştür. Bu öğrenciler önce sekiz eş bütün oluşturmuş, ardından bütünlerden birini dört eş parçaya bölerek ilgili bölgeyi model üzerinde göstermişlerdir. Başarılı modellemelerde eş bütün ve eş parça ilkelerinin dikkate alındığı ve oluşturulan parçaların oransal olarak tutarlı olduğu görülmüştür. Bazı öğrencilerin ise modellemeye geçmeden önce zihinsel bir çözümleme yaparak modeli planlı biçimde oluşturdukları belirlenmiştir.

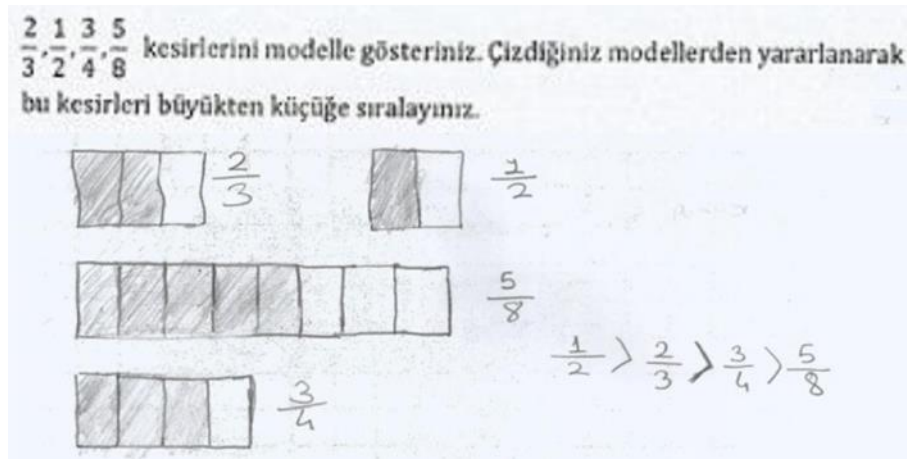
Sınıf düzeyleri birlikte değerlendirildiğinde, dilbilimsel temsilden görsel temsile geçişte yüzeysel modellemenin en yüksek oranda altıncı sınıf öğrencilerinde (%63), ardından sekizinci sınıf öğrencilerinde (%55) ve yedinci sınıf öğrencilerinde (%36) görüldüğü belirlenmiştir. Buna karşılık doğru ve anlamlı modelleme oranı yedinci ve sekizinci sınıflarda %27’ye ulaşırken, altıncı sınıfta %10’da kalmıştır. Bu bulgular, özellikle altıncı sınıf öğrencilerinin çok adımlı sözel yapılardaki parça-bütün ilişkilerini görsel modele aktarmada daha fazla güçlük yaşadıklarını göstermektedir. Bununla birlikte, farklı sınıf düzeylerindeki öğrenci yanıtlarında eş bütün ve eş parça ilkelerinin göz ardı edildiği örneklerle de rastlanmıştır.

Sembolik Temsilden Görsel Temsile Geçiş

Öğrencilerin sembolik temsilden görsel temsile geçiş süreçleri, verilen kesirleri modellemelerini ve oluşturdukları modellerden yararlanarak kesirleri büyüklüklerine göre sıralamalarını gerektiren soruya verdikleri yanıtlar

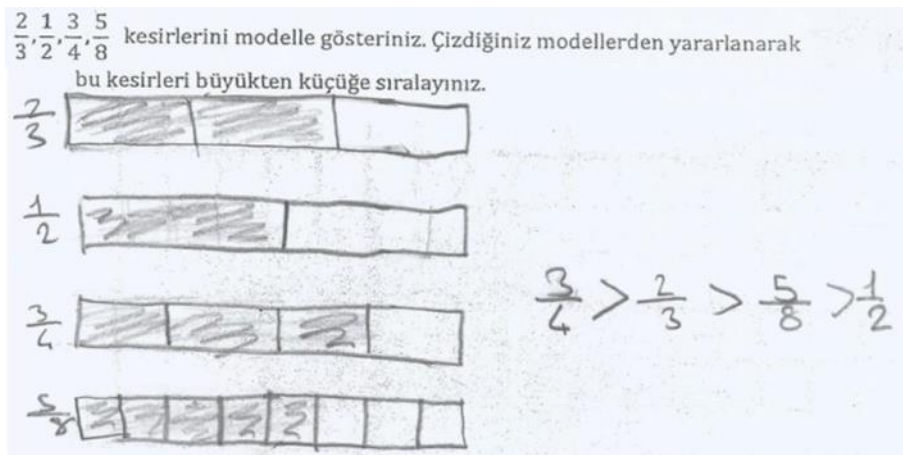
üzerinden incelenmiştir. Öğrenci yanıtlarında iki temel eğilim belirlenmiştir: eş bütün ilkesini dikkate almadan modelleme ve eş bütün ilkesini dikkate alarak başarılı modelleme.

Eş bütün ilkesini dikkate almadan modelleme eğiliminde öğrencilerin kesirleri görselleştirirken farklı büyüklüklerde bütünler kullandıkları ve bu nedenle oluşturdukları modellerin kesirlerin büyüklüklerini karşılaştırmaya uygun olmadığı görülmüştür (Şekil 12). Bu durum altıncı sınıf öğrencilerinin %69'unda, yedinci sınıf öğrencilerinin %86'sında ve sekizinci sınıf öğrencilerinin %75'inde gözlenmiştir. Bu yanıtlar, öğrencilerin kesirlerin görsel temsillerini oluşturabilmelerine rağmen modeller arasındaki karşılaştırmanın matematiksel olarak anlamlı olabilmesi için gerekli olan eş bütün ilkesini dikkate almakta güçlük yaşadıklarını göstermektedir.



Şekil 12. Eş Bütüne Dikkat Etmeyen Öğrenci Örneği

Eş bütün ilkesini dikkate alarak başarılı modelleme eğiliminde ise öğrenciler kesirleri aynı büyüklükteki bütünler üzerinde modellemiş ve oluşturdukları modelleri kesirlerin büyüklüklerini karşılaştırmak amacıyla kullanmışlardır (Şekil 13). Bu tür başarılı geçişler altıncı sınıf öğrencilerinin %9'unda ve sekizinci sınıf öğrencilerinin %3'ünde görülürken, yedinci sınıf öğrencilerinde başarılı bir temsil geçişine rastlanmamıştır. Bu öğrencilerin sembolik olarak verilen kesirlerin matematiksel anlamını görsel modele aktarabildikleri ve oluşturdukları modelleri karşılaştırma amacıyla kullanabildikleri belirlenmiştir.



Şekil 13. Eş Bütüne Dikkat Ederek Modelleme Yapan Öğrenci Örneği

Sınıf düzeyleri birlikte değerlendirildiğinde, sembolik temsilden görsel temsile geçişte eş bütün ilkesini dikkate almamanın tüm sınıf düzeylerinde yaygın bir güçlük olduğu görülmektedir. Bu güçlük en yüksek oranda yedinci sınıf öğrencilerinde (%86) ortaya çıkarken, sekizinci sınıf öğrencilerinde %75 ve altıncı sınıf öğrencilerinde %69 oranında belirlenmiştir. Başarılı temsil geçişlerinin ise altıncı sınıfta %9, sekizinci sınıfta %3 ile sınırlı kaldığı ve yedinci sınıfta başarılı bir geçişe rastlanmadığı görülmüştür. Bu bulgular, sembolik temsilden görsel temsile geçişte yaşanan güçlüğü tüm sınıf düzeylerinde belirgin olduğunu ve sınıf düzeyi yükseldikçe başarılı temsil geçişinin düzenli biçimde artmadığını ortaya koymaktadır.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bulgular, öğrencilerin görsel temsilleri sembolik ifadelerle dönüştürürken en sık yaşadıkları zorluklardan birinin görsel modelin yanlış analiz edilmesi olduğunu göstermektedir. Özellikle bölge modellerinde, taralı ve taralı olmayan alanları oranlayarak hatalı kesir yazımı, altıncı sınıfta %12, sekizinci sınıfta %6 oranında görülürken yedinci sınıfta bu hata hiç gözlenmemiştir. Ayrıca, bazı öğrenciler modeli doğru analiz etmesine rağmen ondalık gösterime geçişte zorlanmış (%56 sekizinci sınıf, %32 yedinci sınıf, %28 altıncı sınıf), bazıları ise biçimsel hatalarla (ör. $3/5 \rightarrow 3,5$) temsil değiştirmiştir. Bu hataların en yoğun görüldüğü grup yedinci sınıftır (%48). Bununla birlikte, bazı öğrencilerin ara temsil (kesir $\rightarrow$ ondalık) stratejisi kullanarak başarıya ulaştığı (altıncı sınıf %28, sekizinci sınıf %13, yedinci sınıf %8) görülmüştür. Literatürde, görsel temsilden sembolik temsile geçişte öğrencilerin sıklıkla yüzeysel ipuçlarına dayandığı (Bossé vd., 2011), farklı paydalarla çalışırken ondalık dönüşümlerde zorlandıkları (Haser ve Ubuz, 2002) ve modelin ardındaki niceliksel ilişkileri işlem basamaklarına doğru şekilde yansıtamadıkları belirtilmektedir (Birgin ve Eryılmaz, 2025). Benzer şekilde, Baran (2024) çalışmasında da öğrencilerin özellikle farklı paydalarda kesir–ondalık dönüşümünde hata yaptığı, modelin niceliksel anlamını işlem basamaklarına doğru şekilde aktaramadığı ve ara temsiller kullansa bile bu süreçte ek hatalar yaptığı ortaya konmuştur. Ayrıca, öğrencilerin görsel temsili sadece tanıma düzeyinde değil, işlem ve çıkarım yapma aracı olarak kullanma becerisinin gelişmemiş olmasının bu geçişte hata oranını artırdığı vurgulanmaktadır (Dağlı ve Satıcı, 2023). Bulgular, öğretimde yalnızca görsel tanıma değil, görsel temsili anlam kurma, işlem yapma ve farklı sembolik biçimlere dönüştürme süreçlerinin bütüncül şekilde ele alınması gerektiğini göstermektedir.

Araştırmanın bulgularında sembolik temsilden sembolik temsile geçiş türünde üç ana hata türüne rastlanmıştır. Bunlar: sembollerin yanlış okunması (ör. $3/8 \rightarrow 3.8$ veya 8.3), denk kesir oluşturmayı tamamlayamama ve bölme işleminde hata yapma. Yanlış dönüşüm oranı altıncı sınıfta %23, yedinci ve sekizinci sınıflarda %18 olarak bulunmuştur. Doğru dönüşüm yapan öğrencilerin başlıca stratejileri denk kesir oluşturma (%18 yedinci sınıf) ve payı paydaya bölme yöntemidir; ancak bu yöntem işlem hatalarına açık olup doğru uygulama oranı düşük kalmıştır (yedinci sınıf %9, sekizinci sınıf %4). Bu durum, öğrencilerin ondalık gösterimlerin yapısal anlamını içselleştiremediklerini ve aşına oldukları algoritmik kalıpları genelleyerek kullandıklarını göstermektedir. Literatür de bu bulguları desteklemektedir. Stafylidou ve Vosniadou (2004), öğrencilerin sembolik biçimler arasında anlamlı geçişlerde zorlandıklarını ve çoğunlukla yüzeysel eşleme stratejilerine başvurduklarını belirtmektedir.

Baran (2024) ve Aksoy ve Yazlık (2017), bu tür geçişlerde öğrencilerin ezberlenmiş prosedürleri uyguladıklarını, sayısal değerlerin niceliksel anlamını göz ardı ettiklerini ve özellikle denk kesir oluşturma sürecinde pay–payda ilişkilerini korumada hata yaptıklarını vurgulamaktadır. Siegler vd. (2011) ise, kesir–ondalık–yüzde biçimleri arasındaki dönüşümlerde büyüklük ilişkilerinin yeterince anlamlandırılmamasının hata oranlarını artırdığını ortaya koymuştur. Bu sonuçlar, sembolik–sembolik geçişlerde yalnızca işlemsel doğruluğun değil, aynı zamanda sayısal ilişkilerin kavramsal olarak anlamlandırılmasının da öğretimde önceliklendirilmesi gerektiğini göstermektedir.

Öğrencilerin sembolik ifadeleri dilsel biçime dönüştürürken dört eğilim görülmüştür. Bunlar: yalnızca okunuşunu yazma (%19 sekizinci sınıf, %17 yedinci ve altıncı sınıf), “bütünün parçalara ayrılması” açıklaması (en yüksek %50 yedinci sınıf), kümelere dayalı ifade biçimi (yalnızca altıncı sınıfta) ve son olarak pay–payda tanımı yapma (az sayıda öğrenci). Bu eğilimler, öğrencilerin matematiksel dili kullanma becerisinin sınırlı olduğunu göstermektedir. Literatürde de benzer bulgular yer almaktadır. Stafylidou ve Vosniadou (2004), öğrencilerin kesirleri sözel olarak açıklarken çoğunlukla parça–bütün modeline dayalı tanımlar yaptıklarını, ancak bu tanımların kavramsal olarak eksik ve yüzeysel kaldığını belirtmektedir. Baran (2024) ise, özellikle yedinci sınıfta öğrencilerin sembolik ifadeleri açıklarken çoğunlukla yalnızca telaffuzunu yazdığını, kavramsal açıklamadan kaçındığını ve matematiksel dili zenginleştirmede yetersiz kaldığını ortaya koymuştur. Benzer şekilde Aksoy ve Yazlık (2017), sembolik dönüşümlerin ardından yapılan açıklamaların çoğunlukla günlük dil ile sınırlı olduğunu ve matematiksel terim eksikliğinin kavramsal anlamlandırmayı güçleştirdiğini ifade etmektedir. Siegler vd. (2011) öğrencilerin kesir–ondalık–yüzde biçimleri arasındaki dönüşümlerde çoğunlukla prosedürel adımlara odaklandıklarını, büyüklük ilişkilerini kavramsal olarak açıklamaktan kaçındıklarını ve sözel ifadelerinde çoğu zaman günlük dil temelli, yüzeysel tanımlara başvurdıklarını rapor etmektedir. Bu bulgular, Radford (2003) ve Sfard’ın (2008) matematiksel dilin kavramsal anlam oluşturmadaki kritik rolüne dair vurgularıyla da örtüşmektedir. Dolayısıyla, sembolik ifadelerin yalnızca doğru okunmasının yeterli olmadığı; bu ifadelerin matematiksel terimlerle desteklenmiş bir dil aracılığıyla anlamlandırılmasının öğretim süreçlerinde önceliklendirilmesi gerektiği sonucuna varılabilir.

Bu çalışmada, öğrencilerin dilbilimsel ifadeleri sembolik forma dönüştürürken farklı stratejiler ve hata türleri sergiledikleri görülmüştür. Bulgular, bazı öğrencilerin yalnızca yüzeysel dönüşümler yaptığını, bazılarının ise kavramsal anlamı destekleyen açıklamalar geliştiremediğine işaret etmektedir. Özellikle yüzdeler, kesirler ve oranlar gibi kavramlarda dilsel ifadeden sembolik gösterime geçişte üç eğilim öne çıkmıştır. Bunlar: herhangi bir kavramsal analiz yapmadan doğrudan sayılaştırma, özellikle kesirlerde sözel açıklamaları parça–bütün ilişkisine indirgeme ve son olarak matematiksel terimler yerine günlük dil ile sınırlı sembolizasyon. Bu durum literatürde de benzer biçimde rapor edilmiştir. Haser ve Ubuz (2002), öğrencilerin yüzde kavramını sözel ifadelerden sembolik gösterime dönüştürürken çoğunlukla yalnızca işlem basamaklarına odaklandıklarını ve kavramsal açıklama yapmaktan kaçındıklarını belirtmiştir. Siegler vd. (2011), sözel açıklamalardan sembolik forma geçişte özellikle kesir–yüzde dönüşümlerinde paya odaklanma, payda ihmal etme ve orantısız sayılaştırma gibi hataların yaygın olduğunu göstermiştir. Bossé vd. (2011) ise temsiller arası geçiş sürecinde bilişsel yükün artmasının

öğrencilerin yanlış sembolleştirme yapmasına neden olabileceğini vurgulamaktadır. Benzer şekilde, Stafylidou ve Vosniadou (2004) öğrencilerin sözel açıklamalarda parça-bütün modelini aşırı kullandıklarını, bu yaklaşımın sembolik ifadeye dönüşümde kavramsal derinliği sınırladığını ifade etmiştir. Baran (2024), oran ve yüzde kavramlarında öğrencilerin dilbilimsel ifadeyi sembolik hâle getirirken çoğunlukla yalnızca sayısal karşılığı yazdıklarını, bağlamsal anlamı ihmal ettiklerini ortaya koymuştur. Kara ve İncikabı (2018) ise öğrencilerin sözel ifadelerden sembolik ifadelere geçişte problem bağlamını yeterince analiz etmeden doğrudan işlem sembollerini seçtiklerini, yanlış veya eksik değişken tanımları yaptıklarını ve bazı durumlarda bağlamsal anlamı bozacak şekilde sembolleştirme hatalarına düştüklerini rapor etmiştir. Bu bulguları destekler şekilde, Birgin ve Eryılmaz (2025) da öğrencilerin dilbilimsel temsillerden sembolik temsillere geçişte bağlamsal çözümleme yapmadan, özellikle denklem kurma süreçlerinde eksik veya hatalı sembolleştirme eğilimi gösterdiklerini ve bu durumun doğru sonuca ulaşmalarını güçleştirdiğini belirtmiştir. Sfard (2008) matematiksel anlam oluşturma sürecinde temsil dönüşümlerinin yalnızca işlemsel doğrulukla sınırlı kalmaması; kavramsal anlayışı destekleyecek şekilde matematiksel dilin etkili biçimde kullanılmasını vurgulamaktadır. Dolayısıyla, öğretim süreçlerinde dilbilimsel-sembolik geçişe yönelik etkinlikler yalnızca doğru sembolleştirme becerisini değil, aynı zamanda öğrencilerin kavramlar arası ilişkileri matematiksel terimlerle ifade edebilme yetisini geliştirecek şekilde tasarlanmalıdır.

Bu çalışmanın bulguları, öğrencilerin dilsel ifadeleri görsel temsile dönüştürürken genellikle yüzeysel ve sayısal odaklı bir modelleme stratejisi geliştirdiklerini ortaya koymuştur. Özellikle “kesrin kesri” yapısında eş bütün ve eş parça ilkelerinin ihmal edilmesi, öğrencilerin görselleştirme sürecinde bağlamı parçalı ve yerel kararlarla ele aldıklarını göstermektedir. Benzer biçimde Biber vd. (2013), öğrencilerin kesirleri modelleme süreçlerinde parçaları eşit olarak bölememe, yanlış bütün seçme ve görsel ölçeksizlik gibi hatalara sıkça düştüklerini vurgulamaktadır. Bu paralellik, öğrencilerin bütünsel tutarlılığı korumakta yaşadığı güçlüklerin yalnızca bu çalışmaya özgü değil, alanyazında da yaygın biçimde gözlenen bir sorun olduğunu göstermektedir. Ayrıca Hut ve İpek (2021) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin kesirleri görselleştirme süreçlerinde bütün-parça ilişkisinde hata yapma, parçaları eşitlemede başarısız olma ve yanlış temsiller üretme eğiliminde oldukları görülmüştür. Bu bulgular, öğrencilerin temsil oluşturma sürecinde yalnızca teknik doğrulukla değil, kavramsal bütünlükle de zorlandıklarını ve bu nedenle görselleştirme hatalarının kavramsal anlama üzerinde belirleyici bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, elde edilen bulgular öğrencilerin ara temsiller (örneğin oran veya denk kesir basamakları) kurmadan doğrudan görselleştirmeye yönelmelerinin, çok adımlı yapının orantısal mantığını zayıflattığını göstermektedir. Nitekim Ainsworth (2006), çoklu temsiller arasında doğrudan geçiş yapıldığında öğrenme sürecinde anlam kayıplarının yaşanabildiğini, ara temsillerin ise kavramsal bütünlüğü koruyan kritik köprüler işlevi gördüğünü vurgulamaktadır. Dolayısıyla, öğretim tasarımlarında yalnızca işlemsel doğruluk değil, modellemenin matematiksel geçerliliğini görünür kılacak stratejilere yer verilmesi gerektiği açıktır.

Sembolik temsilden görsel temsile geçiş sürecinde öğrencilerin yapmış olduğu en yaygın hata eş bütün ilkesine dikkat etmemeleri olarak göze çarpmıştır (en yüksek %86 yedinci sınıf). Başarı oranı tüm sınıflarda %9 düzeyindedir. Başarılı öğrenciler, modeli kesir büyüklüklerini karşılaştırmak için anlamlı şekilde kullanmıştır. Bu

bulgular, öğrencilerin görsel temsilleri problem çözme aracı yerine daha çok “resim” olarak gördüklerini ve modelin sayısal anlamını ihmal ettiklerini ortaya koymaktadır. Nitekim Duval (2006), temsiller arası geçişin kavramsal anlam inşasında kritik rol oynadığını belirtirken, Bossé vd. (2011) da matematiksel anlam üretiminde farklı temsillerin birlikte kullanılmasının önemini vurgulamaktadır. Benzer biçimde Birgin ve Eryılmaz (2025) da öğrencilerin görsel modelleri özellikle alan modelini tercih ettiklerini, ancak parçaların eşitliğine ya da matematiksel anlamına dikkat etmediklerini, bu nedenle modelin sayısal işlevini geri planda tuttuklarını belirtmiştir. Bu bağlamda, öğrencilerin modellemeyi yalnızca görselleştirme etkinliği olarak algılamaları, öğretimde temsiller arası ilişkilerin daha açık biçimde ortaya konması gerektiğini göstermektedir.

Bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin kesirler konusunda farklı temsil biçimleri arasında geçiş yaparken sergiledikleri performanslar incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin sembolik, sözel ve gerçekçi temsilleri görsel modellere dönüştürmede zorlandıklarını, buna karşın görsel temsillerden diğer temsillere geçişte kısmen daha başarılı olduklarını göstermektedir. Birgin ve Eryılmaz (2025) çalışmasında da öğrencilerin özellikle sözel ve gerçekçi temsilleri görsel modellere dönüştürmede düşük performans gösterdikleri belirlenmiştir. Bu sonuçlar, literatürde temsil temelli öğrenmenin bilişsel yükü artırabileceğini ancak uygun yönlendirmelerle kavramsal anlayışı güçlendirebileceğini vurgulayan çalışmalarla örtüşmektedir (Bossé vd., 2011; Duval, 2006). Çalışma, özellikle temsiller arası geçiş sürecinde öğrencilerin yüzeysel stratejiler kullanabildiğini ve eş bütün/eş parça ilkelerini ihmal edebildiklerini ortaya koymuştur.

ÖNERİLER

Bu çalışmada elde edilen bulgular doğrultusunda, ortaokul matematik öğretimine, öğretmen eğitime ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik bazı öneriler geliştirilebilir. Çalışma sonuçları, öğrencilerin temsiller arası geçişlerde özellikle sembolik temsilden görsel temsile ve dilbilimsel temsilden görsel temsile geçişlerde önemli güçlükler yaşadıklarını ortaya koymuştur. Bu durum, öğretim süreçlerinde temsillerin yalnızca sunum aracı olarak değil, matematiksel anlam oluşturma ve problem çözme sürecinin etkin bir bileşeni olarak ele alınması gerektiğini göstermektedir. Bu bağlamda, öğretim sürecinde farklı temsil türlerinin dönüşümlü ve bilinçli biçimde kullanıldığı öğrenme ortamlarının tasarlanması önerilmektedir.

Araştırma bulguları, öğrencilerin görsel temsilleri çoğu zaman yalnızca şekil çizimi olarak algıladıklarını ve bu temsillerin matematiksel anlamını yeterince dikkate almadıklarını göstermiştir. Bu nedenle öğretim sürecinde, görsel temsillerin eş bütün ve eş parça ilkelerine dayalı olarak oluşturulmasına özellikle vurgu yapılması ve öğrencilerin çizdikleri modellerin matematiksel geçerliliğini sorgulamalarına olanak tanıyan etkinliklere yer verilmesi önerilmektedir. Ayrıca, temsiller arası geçişlerde ara temsillerin kullanımının öğrencilerin kavramsal anlamlandırmalarını desteklediği görüldüğünden, öğretim tasarımlarında doğrudan geçişler yerine aşamalı ve yapılandırılmış geçişlerin teşvik edilmesi önem arz etmektedir.

Çalışmadan elde edilen sonuçlar, öğretmenlerin temsiller arası geçişleri planlı ve amaçlı biçimde ele almalarının gerekliliğine işaret etmektedir. Araştırmada öğrencilerin farklı temsil türleri arasındaki geçişlerde sergiledikleri

güçlükler ve yanlışlar, öğretim sürecinin planlanması açısından da önemli ipuçları sunmaktadır. Bu doğrultuda, öğretmenlerin öğrencilerin farklı temsil türlerinde karşılaştıkları güçlüklerin farkında olmaları ve öğretim sürecinde bu güçlükleri dikkate alarak farklı temsiller arasında anlamlı geçişleri destekleyecek etkinliklere yer vermeleri önerilebilir. Araştırmada belirlenen öğrenci güçlüklerinin, öğretmen eğitimi kapsamında temsillerin öğretimine ilişkin örnek durumlar olarak ele alınması da değerlendirilebilir. Öğretmenlerin, öğrencilerin hangi temsil türlerinde zorlandıklarını fark edebilmeleri ve bu zorluklara yönelik uygun öğretimsel müdahaleler geliştirebilmeleri, temsillerin etkili kullanımını destekleyecektir.

Son olarak, bu araştırma nitel bir durum çalışması olarak yürütülmüştür. Gelecek araştırmalarda, farklı sınıf düzeyleri, farklı matematiksel konular ve farklı araştırma desenleri kullanılarak temsiller arası geçişlerin daha geniş örneklemeler üzerinde incelenmesi önerilebilir. Ayrıca, öğretim sürecinde temsiller arası geçişleri merkeze alan öğretim müdahalelerinin öğrencilerin kavramsal öğrenmeleri üzerindeki etkilerini inceleyen deneysel çalışmaların, bu alandaki bilgi birikimini derinleştireceği düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 183–198. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001>
- Ainsworth, S. E., & Scheiter, K. (2021). Learning by drawing visual representations: Potential, purposes, and practical implications. *Current Directions in Psychological Science*, 30(1), 61–67. <https://doi.org/10.1177/0963721420979582>
- Aksoy, N. C., & Yazlık, D. O. (2017). Student errors in fractions and possible causes of these errors. *Journal of Education and Training Studies*, 5(11), 219–233. <https://doi.org/10.11114/jets.v5i11.2679>
- Ayyıldız, H., & Cansız Aktaş, M. (2022). Türkiye’deki matematik eğitimi alanındaki temsil araştırmalarının eğilimleri: Tematik içerik analizi çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 11(1), 127–144. <https://doi.org/10.30703/cije.969821>
- Baran, B. (2024). *Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterlik düzeylerinin incelenmesi* (Yayın No. 870866) [Yüksek lisans tezi, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 91–125). Academic Press.
- Biber, A. Ç., Tuna, A., & Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları ve bu yanlışların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 152–162. <https://izlik.org/JA94YA63XK>
- Biçer, A. (2021). Multiple representations and mathematical creativity. *Thinking Skills and Creativity*, 42, 100960. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2021.100960>
- Bingölbali, E., & Coşkun, M. (2016). A proposed conceptual framework for enhancing the use of making

- connections skill in mathematics teaching. *Education and Science*, 41(183), 233–249. <https://doi.org/10.15390/EB.2016.4764>
- Birgin, O., & Eryilmaz, E. (2025). Investigation of seventh-grade students' performance in translating among multiple representations of fractions. *Thinking Skills and Creativity*, 57, 101809. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2025.101809>
- Bossé, M. J., Adu-Gyamfi, K., & Cheetham, M. R. (2011). Assessing the difficulty of mathematical translations: Synthesizing the literature and novel findings. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 6(3), 113–133.
- Braithwaite, D. W., & Siegler, R. S. (2018). Developmental changes in the whole number bias. *Developmental Science*, 21(2). <https://doi.org/10.1111/desc.12541>
- Braithwaite, D. W., & Siegler, R. S. (2021). Putting fractions together. *Journal of Educational Psychology*, 113(3), 556–571. <https://doi.org/10.1037/edu0000477>
- Cantimer, G., & Şengül, S. (2017). Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin çember konusundaki kavram yanlışları ve hataları. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 3(1), 17–27.
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 293–316. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9036-2>
- Cramer, K. A., & Henry, A. (2002). Using manipulative models to build number sense for addition of fractions. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 yearbook* (pp. 41–48). National Council of Teachers of Mathematics.
- Çolak, H., & Akıncı, M. (2023). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel söylemlerinin incelenmesi: doğrusal denklemler durumu. *Journal of Computer and Education Research*, 11(21), 376–404. <https://doi.org/10.18009/jcer.1231165>
- Dağlı, M., & Satıcı, A. F. (2023). The effects of multiple representation method and prior knowledge level on problem solving skills and cognitive load. *Participatory Educational Research*, 10(5), 119–146. <https://doi.org/10.17275/per.23.78.10.5>
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Ertuna, L., & Toluk Uçar, Z. (2021). An investigation of elementary school 4-7th grade students' ability to link equivalent fractions' symbolic and graphical representations. *Sakarya University Journal of Education*, 11(3), 613–631. <https://doi.org/10.19126/suje.992377>
- Gürbüz, R., & Şahin, S. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869–1888.
- Goldin, G., & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. In A. A. Cuoco (Ed.), *The roles of representation in school mathematics: 2001 yearbook* (pp. 1–23). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Haser, Ç., & Ubuz, B. (2002). Kesirlerde kavramsal ve işlemsel performans. *Eğitim ve Bilim*, 27(126), 53–61.

- Hut, K., & İpek, A. S. (2021). 6. Sınıf öğrencilerinin ondalık gösterimlerle temsil ve problem çözme becerileri arasındaki ilişki. *Uluslararası Anadolu Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(3), 1109-1126. <https://doi.org/10.47525/ulasbid.942237>
- Jarrah, A. M., Wardat, Y., & Gningue, S. (2022). Misconception on addition and subtraction of fractions in seventh-grade middle school students. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(6). <https://doi.org/10.29333/ejmste/12070>
- Kamacı, Y., & Yıldız, Z. (2023). Öğrenciler kesir kavramları için hangi temsilleri kullanıyor? *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 57, 1503-1529. <https://doi.org/10.53444/deubefd.1271201>
- Kara, F., & Incikabı, L. (2018). Sixth grade students' skills of using multiple representations in addition and subtraction operations in fractions. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 10(4), 463–474. <https://doi.org/10.26822/iejee.2018438137>
- Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and measurement: Papers from a research workshop* (pp. 101–144). ERIC/SMEAC.
- Lamon, S. J. (2020). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003008057>
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 33–40). Lawrence Erlbaum Associates.
- Mahama, P. N., & Kyeremeh, P. (2023). Impact of multiple representations-based instruction on basic six pupils' performance in solving problems on common fractions. *Journal of Mathematics and Science Teacher*, 3(1), Article No: em023. <https://doi.org/10.29333/mathsciteacher/12610>
- McMullen, J., Koskinen, A., Kärki, T., Lindstedt, A., Määttä, S., Halme, H., Lehtinen, E., Hannula-Sormunen, M. M., & Kiili, K. (2023). A game-based approach to promoting adaptive rational number knowledge. *Mathematical Thinking and Learning*, 26(4), 411–427. <https://doi.org/10.1080/10986065.2023.2177818>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2013). *Matematik dersi (1–8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Yayınları
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi (1–8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Yayınları
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5, 6, 7 ve 8.sınıflar)*. Millî Eğitim Bakanlığı. <https://mufredat.meb.gov.tr/>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nurrahmawati, N., Sa'dijah, C., Sudirman, S., & Muksar, M. (2021). Assessing students' errors in mathematical translation: From symbolic to verbal and graphic representations. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 10(1), 115–125. <https://doi.org/10.11591/ijere.v10i1.20819>
- Organization for Economic Cooperation and Development. (OECD). (2023). *PISA 2023 mathematics framework*. OECD Publishing.
- Owens, K. D., & Clements, M. A. (1998). Representations in spatial problem solving in the classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 197–218. [https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(99\)80059-7](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80059-7)

- Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research & evaluation methods: Integrating theory and practice* (4th ed.). Sage Publications.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37–70. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0501_02
- Rau, M. A., & Matthews, P. G. (2017). How to make ‘more’ better? Principles for effective use of multiple representations to enhance students’ learning about fractions. *ZDM Mathematics Education* 49, 531–544. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0846-8>
- Schwarzmeier, S., Obersteiner, A., Alibali, M. W., & Marupudi, V. (2024). How do people compare visualizations of fraction magnitudes? Evidence from adults’ and children’s eye movements with continuous and discretized tape diagrams. *The Journal of Mathematical Behavior*, 75. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101160>
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511499944>
- Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, 62(4), 273–296. <https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001>
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 29(3), 75-80. <https://doi.org/10.1007/s11858-997-0003-x>
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students’ understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14(5), 503–518. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.06.015>
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks: Sage Pbc.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2020). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (10th ed.). Pearson.
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6th ed.). Sage Publications.

Etik Metni: Bu makalede dergi yazım kurallarına, yayın ilkelerine, araştırma ve yayın etiği kurallarına, dergi etik kurallarına uyulmuştur. Makale ile ilgili doğabilecek her türlü ihlallerde sorumluluk yazarlara aittir. Çalışma kapsamında etik kurul izni Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi İnsan Araştırmaları Etik Kurulu tarafından 31.03.2026 tarih ve 719 protokol numarası ile alınmıştır.

Yazarların Katkı Oranı Beyanı: Yazarların katkı oranları şu şekildedir: 1. yazarın katkı oranı %50’dir, 2. Yazarın katkı oranı %50’dir.

KATKI ORANI	KATKIDA BULUNAN YAZAR(LAR)
Fikir ve Kavramsal Örgü	Ecem Şahin, Mustafa Akıncı
Literatür Tarama	Ecem Şahin, Mustafa Akıncı
Yöntem	Ecem Şahin, Mustafa Akıncı
Veri Toplama	Ecem Şahin, Mustafa Akıncı

Verilerin Analizi	Ecem Şahin, Mustafa Akıncı
Bulgular	Ecem Şahin, Mustafa Akıncı
Tartışma ve Yorum	Ecem Şahin, Mustafa Akıncı

Finansal Destek: Yazar herhangi bir kurum/kuruluştan destek almamıştır.

Bilgilendirilmiş Onam Beyanı: Çalışmaya katılan tüm katılımcılardan bilgilendirilmiş onam formu alınmıştır.

Veri Kullanılabilirlik Beyanı: Çalışma kapsamında oluşturulan ve analiz edilen veri setleri, editör veya hakemlerin talebi doğrultusunda sorumlu yazar tarafından sağlanacaktır. Veri setlerine ilişkin sorular için sorumlu yazarla iletişime geçilebilir.

Çıkar Çatışması: Yazarların araştırma ile ilgili diğer kişi, kurum ve kuruluşlarla ve yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.



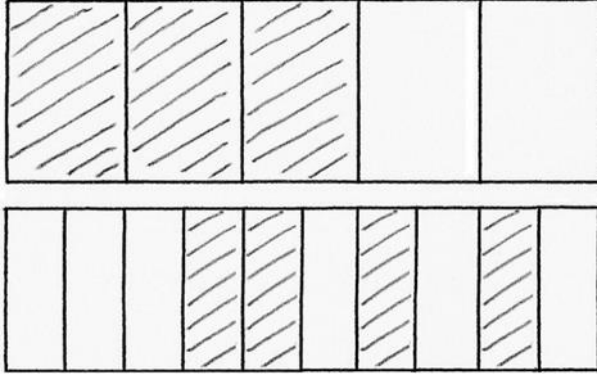
Bu eser CC BY (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.tr>) ile lisanslanmıştır.

Sorumluluk Reddi/Yayıncı Notu: Tüm yayınlarda yer alan ifade, görüş ve veriler yazarlar ve katkıda bulunanların görüşleridir. IJOEEC ve/veya editör(ler), içerikte belirtilen herhangi bir fikir, yöntem, talimat veya üründen kaynaklanan kişiler veya mülke yönelik zararlardan ve ihlallerden sorumlu değildir.

EKLER

Ek 1: Çalışma Kâğıdı

1. Aşağıda verilen modelleri ondalık kesir olarak gösteriniz.



2. $\frac{3}{8}$ kesrini model ve ondalık kesir şeklinde gösteriniz. Ondalık ifadeyi yazarken model size yardımcı oldu mu? Eğer modelden yararlandıysanız nasıl yararlandığınızı kısaca anlatınız. Bu kesri ondalık olarak göstermek için kullandığınız yol dışında başka bir yol var mıdır? Başka bir şekilde çözülebilir mi?

3. $\frac{7}{8}$ kesrini sözel olarak anlatsanız nasıl anlatırdınız?

4. Bir sınıftaki 20 kişinin 8'i gözlüklüdür. Sınıftaki gözlüklü kişiler sınıfın kaçta kaçıdır? Sınıfın yüzde kaç gözlüklüdür?

5. 8 kardeş kare biçimindeki tarlayı eşit olarak bölüşüyorlar. Kardeşlerden en büyüğü payına düşen bölgeyi 4 eş parçaya bölerek bu bölgelerden birine patates diyor. Patates dikili bölge bahçenin kaçta kaçıdır? Bu problemi model kullanarak, açıklayarak çözünüz.

6. $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ kesirlerini modelle gösteriniz. Çızdığınız modellerden yararlanarak bu kesirleri büyükten küçüğe sıralayınız.